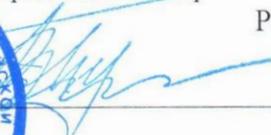


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Вятский государственный университет»
(ВятГУ)



УТВЕРЖДАЮ
Председатель приемной комиссии
Ректор ВятГУ


В.Н. Пугач

Протокол заседания
приемной комиссии
от 29.09.2017 №27

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
ПО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ - ПРОГРАММЕ
ПОДГОТОВКИ НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ КАДРОВ В АСПИРАНТУРЕ

01.06.01 МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА
(направленность «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА, АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ»)

СПЕЦИАЛЬНАЯ ДИСЦИПЛИНА, СООТВЕТСТВУЮЩАЯ НАПРАВЛЕННОСТИ
(ПРОФИЛЮ) ПРОГРАММЫ ПОДГОТОВКИ
«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА, АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ»

Киров
2017

1. Общие положения

В программу вступительного испытания включены базовые вопросы алгебры, теории чисел и математической логики, которыми должны владеть специалисты и магистры математики и математического образования для успешного обучения по программе подготовки научно-педагогических кадров аспирантуре по направлению 01.06.01 Математика и механика (математическая логика, алгебра и теория чисел).

Цель и задачи вступительного испытания.

Цель вступительного испытания: оценка уровня знаний поступающих по программе подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре по направлению 01.06.01 Математика и механика (математическая логика, алгебра и теория чисел)

Задачи вступительного испытания:

1. Определить базовый уровень подготовки поступающих в области математической логики, алгебры и теории чисел.
2. Осуществить конкурсный отбор поступающих на основании сравнения уровня их подготовки в области математической логики, алгебры и теории чисел.

Требования к абитуриенту:

Должен знать:

1. Основные теоретические сведения в области математической логики, алгебры и теории чисел

2. Методы решения задач по математической логике, алгебре и теории чисел

Должен уметь:

1) формулировать основные теоретические результаты по математической логике, алгебре и теории чисел

2) решать основные задачи по математической логике, алгебре и теории чисел

Должен владеть:

1) терминологией в области математической логики, алгебры и теории чисел,

2) методами решения задач по математической логике, алгебре и теории чисел.

Программа вступительных испытаний сформирована на основе федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования по программам специалитета и (или) программам магистратуры, в том числе 01.04.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования РФ от 28.08.2015 г. регистрационный № 911.

2. Структура вступительного испытания

I. *Элементы теории множеств.* Операции над множествами. Бинарные отношения между множествами. Важнейшие виды бинарных отношений.

II. *Алгебраические структуры.* Универсальные алгебры. Группы. Кольца. Поля. Решетки.

III. *Линейная алгебра.* Системы линейных уравнений. Векторные и евклидовы пространства. Линейные отображения.

IV. *Элементарная теория чисел.* Делимость целых чисел. Простые числа. Сравнения целых чисел, их приложения.

V. *Многочлены.* Многочлены с одним неизвестным. Многочлены с несколькими неизвестными. Симметрические многочлены. Многочлены над основными числовыми полями.

VI. *Элементы математической логики.* Высказывания и предикаты. Логические связки и кванторы. Логика высказываний. Логика предикатов первого порядка.

3. Содержание вступительных испытаний

Примерные вопросы вступительного испытания

1. Множества. Булеан. Операции над множествами и семействами множеств. Их

- свойства.
2. Бинарные отношения. Отношение эквивалентности. Разбиения и фактор-множества. Отношение порядка. Решетки.
 3. Алгебраические операции. Универсальные алгебры. Подалгебры. Гомоморфизмы и изоморфизмы. Конгруэнции. Прямое произведение. Примеры. Простейшие свойства.
 4. Группы. Примеры и свойства. Циклические группы.
 5. Кольца. Примеры и свойства. Кольцо разностей аддитивно сократимого полукольца.
 6. Поля. Примеры и свойства. Поле частных целостного кольца.
 7. Комплексные числа. Мотивировка и определение системы комплексных чисел. Геометрическое представление и тригонометрическая форма комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корня в поле комплексных чисел. Алгебры над полем действительных чисел. Кватернионы.
 8. Векторные пространства. Примеры и простейшие свойства. Линейная зависимость и независимость. Базис и размерность. Подпространства и линейные многообразия. Фактор-пространства и прямое произведение векторных пространств. Линейные отображения и изоморфизмы.
 9. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Исследование систем линейных уравнений. Критерий совместности.
 10. Матрицы и операции над ними. Определители и их свойства. Применение к решению систем линейных уравнений.
 11. Евклидовы пространства. Примеры и исходные свойства. Ортогональность. Свойства длины вектора. Геометрические применения.
 12. Делимость целых чисел. Теорема о делении с остатком. Алгоритм Евклида. НОД и НОК. Взаимно простые числа.
 13. Простые числа. Их простейшие свойства. Бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики.
 14. Сравнения целых чисел. Основные свойства сравнений. Теоремы Эйлера и Ферма.
 15. Линейные сравнения с одним неизвестным. Системы линейных сравнений. Китайская теорема об остатках.
 16. Приложения теории сравнений: признаки делимости, нахождение длины периода при обращении обыкновенной дроби в десятичную, нахождение остатков при делении «больших» чисел на «маленькие», решение простейших диофантовых уравнений.
 17. Многочлены с одним неизвестным. Деление с остатком и алгоритм Евклида. Корни многочленов. Теорема Безу и схема Горнера. Кратные корни. Наибольшее возможное число корней многочлена. Формулы Виета.
 18. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах.
 19. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.
 20. Многочлены с действительными коэффициентами. Их разложение на неприводимые множители.
 21. Многочлены с рациональными и целыми коэффициентами. Их рациональные корни. Неприводимые многочлены над полем рациональных чисел. Признак Эйзенштейна.
 22. Уравнения второй, третьей и четвертой степени.
 23. Высказывания и логические связки. Алгебра высказываний. Исчисление высказываний. Понятие формальной аксиоматической системы.
 24. Предикаты и кванторы. Логика предикатов первого порядка. Исчисление предикатов.

Примерные задачи вступительного испытания

1. Изоморфны ли аддитивные группы $\mathbf{Z} \square \mathbf{Z}$ и \mathbf{Z} ?
2. Изоморфны ли мультипликативные группы $\mathbf{Z} \square \mathbf{Z}$ и \mathbf{Z} ?
3. Изоморфны ли мультипликативные группы $\mathbf{N} \square \mathbf{N}$ и \mathbf{N} ?
4. Изоморфны ли кольца $2\mathbf{Z}$ и $3\mathbf{Z}$?

5. Найти все аддитивные гомоморфизмы $\mathbf{Z}_6 \rightarrow \mathbf{Z}_8$.
6. Найти все подгруппы и фактор группы аддитивной группы \mathbf{Z}_{12} .
7. Сколько образующих имеет мультипликативная группа комплексных корней 15-й степени из 1?

4. Порядок и форма проведения вступительных испытаний

Вступительные испытания проводятся в устной форме.

Устный экзамен проводится по билетам. Каждый билет содержит 2 теоретических вопроса и задачу.

Устный экзамен у каждого поступающего принимается не менее чем двумя экзаменаторами (членами предметной экзаменационной комиссии). При проведении устного испытания экзаменационный билет выбирает сам поступающий. Время подготовки устного ответа должно составлять не менее 60 минут. В процессе сдачи экзамена поступающему могут быть заданы дополнительные вопросы, как по содержанию экзаменационного билета, так и по любым разделам предмета в пределах программы вступительного испытания. Опрос одного поступающего продолжается, как правило, 0,5 часа.

При подготовке к устному экзамену поступающий ведет записи в листе устного ответа, а экзаменаторы отмечают правильность и полноту ответов на вопросы билета и дополнительные вопросы.

Результаты вступительного испытания оформляются протоколом. На каждого поступающего ведется отдельный протокол. Протоколы приема вступительных испытаний хранятся в личном деле поступающего.

5. Шкала оценивания результатов вступительного испытания и минимальное количество баллов

Шкала оценивания вступительного испытания – стобалльная (от 0 до 100 баллов):

Критерии	Баллы
Знание теоретического материала, умение обоснованно отвечать на поставленные вопросы, владение методами решения практических задач	90 – 100
Ответ содержит незначительные недочеты, которые быстро исправляются поступающим	75 - 89
Недостаточное знание теоретического материала и /или ошибки при решении задачи.	60 - 74
Незнание теории и неумение решать задачи.	0 - 59

Минимальный балл, подтверждающий успешное прохождение вступительного испытания (далее минимальное количество баллов) – 60.

6. Список литературы

Основная литература

1. Виноградов И. М. Основы теории чисел. – СПб.: Лань, 2009.
2. Ершов Ю. Л., Палютин Е. А. Математическая логика. – М.: Физматлит, 2011.
3. Кострикин А. И. Введение в алгебру. – М.: МЦНМО, 2012.
4. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. – СПб.: Лань, 2013.
5. Дополнительная литература
6. Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел. – М.: Высшая школа, 1979.
7. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. 3-е изд. – М.: Наука, 1984.

Разработчики программы вступительных испытаний:

Вечтомов Е. М., доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой фундаментальной и компьютерной математики ВятГУ