



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Вятский государственный университет»  
(ВятГУ)

УТВЕРЖДАЮ

Председатель приемной комиссии,  
ректор ВятГУ



В.Н. Пугач

Протокол заседания  
приемной комиссии  
от 21.05.2020 № 3

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**  
ПО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ –  
ПРОГРАММЕ ПОДГОТОВКИ НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ КАДРОВ В  
АСПИРАНТУРЕ

01.06.01 МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

(направленность «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА, АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ»)

СПЕЦИАЛЬНАЯ ДИСЦИПЛИНА, СООТВЕТСТВУЮЩАЯ НАПРАВЛЕННОСТИ  
(ПРОФИЛЮ) ПРОГРАММЫ ПОДГОТОВКИ

**«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА, АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ»**

Киров  
2020

## 1. Общие положения

Программа вступительного испытания предназначена для оценки уровня знаний поступающих на обучение по программе высшего образования - программе подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре 01.06.01 Математика и механика (направленность «Математическая логика, алгебра и теория чисел»).

Программа вступительного испытания сформирована на основе федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования по программам специалитета и (или) программам магистратуры по УГСН 01.00.00 Математические и естественные науки.

В программу вступительного испытания включены базовые вопросы алгебры, теории чисел и математической логики, которыми должны владеть специалисты и магистры математики и математического образования для успешного обучения по программе подготовки научно-педагогических кадров аспирантуре 01.06.01 Математика и механика (направленность «Математическая логика, алгебра и теория чисел»).

Цель вступительного испытания - оценка уровня знаний поступающих на обучение по программе подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре 01.06.01 Математика и механика (направленность «Математическая логика, алгебра и теория чисел»).

Задачи вступительного испытания:

1. Определить базовый уровень подготовки поступающих в области математической логики, алгебры и теории чисел.
2. Осуществить конкурсный отбор поступающих на основании сравнения уровня их подготовки в области математической логики, алгебры и теории чисел.

Требования к поступающему:

Должен знать:

1. Основные теоретические сведения в области математической логики, алгебры и теории чисел
2. Методы решения задач по математической логике, алгебре и теории чисел

Должен уметь:

1. формулировать основные теоретические результаты по математической логике, алгебре и теории чисел
2. решать основные задачи по математической логике, алгебре и теории чисел

Должен владеть:

1. терминологией в области математической логики, алгебры и теории чисел,
2. методами решения задач по математической логике, алгебре и теории чисел.

## 2. Содержание вступительного испытания

### Содержание разделов (тем) вступительного испытания

I. *Элементы теории множеств.* Операции над множествами. Бинарные отношения между множествами. Важнейшие виды бинарных отношений.

II. *Алгебраические структуры.* Универсальные алгебры. Группы. Кольца. Поля. Решетки.

III. *Линейная алгебра.* Системы линейных уравнений. Векторные и евклидовы пространства. Линейные отображения.

IV. *Элементарная теория чисел.* Делимость целых чисел. Простые числа. Сравнения целых чисел, их приложения.

V. *Многочлены.* Многочлены с одним неизвестным. Многочлены с несколькими неизвестными. Симметрические многочлены. Многочлены над основными числовыми полями.

VI. *Элементы математической логики.* Высказывания и предикаты. Логические связки и кванторы. Логика высказываний. Логика предикатов первого порядка.

### **Примерный перечень теоретических вопросов вступительного испытания**

1. Множества. Булеан. Операции над множествами и семействами множеств. Их свойства.
2. Бинарные отношения. Отношение эквивалентности. Разбиения и фактор-множества. Отношение порядка. Решетки.
3. Алгебраические операции. Универсальные алгебры. Подалгебры. Гомоморфизмы и изоморфизмы. Конгруэнции. Прямое произведение. Примеры. Простейшие свойства.
4. Группы. Примеры и свойства. Циклические группы.
5. Кольца. Примеры и свойства. Кольцо разностей аддитивно сократимого полукольца.
6. Поля. Примеры и свойства. Поле частных целостного кольца.
7. Комплексные числа. Мотивировка и определение системы комплексных чисел. Геометрическое представление и тригонометрическая форма комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корня в поле комплексных чисел. Алгебры над полем действительных чисел. Кватернионы.
8. Векторные пространства. Примеры и простейшие свойства. Линейная зависимость и независимость. Базис и размерность. Подпространства и линейные многообразия. Фактор-пространства и прямое произведение векторных пространств. Линейные отображения и изоморфизмы.
9. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Исследование систем линейных уравнений. Критерий совместности.
10. Матрицы и операции над ними. Определители и их свойства. Применение к решению систем линейных уравнений.
11. Евклидовы пространства. Примеры и исходные свойства. Ортогональность. Свойства длины вектора. Геометрические применения.
12. Делимость целых чисел. Теорема о делении с остатком. Алгоритм Евклида. НОД и НОК. Взаимно простые числа.
13. Простые числа. Их простейшие свойства. Бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики.
14. Сравнения целых чисел. Основные свойства сравнений. Теоремы Эйлера и Ферма.
15. Линейные сравнения с одним неизвестным. Системы линейных сравнений. Китайская теорема об остатках.
16. Приложения теории сравнений: признаки делимости, нахождение длины периода при обращении обыкновенной дроби в десятичную, нахождение остатков при делении «больших» чисел на «маленькие», решение простейших диофантовых уравнений.
17. Многочлены с одним неизвестным. Деление с остатком и алгоритм Евклида. Корни многочленов. Теорема Безу и схема Горнера. Кратные корни. Наибольшее возможное число корней многочлена. Формулы Виета.
18. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах.
19. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.
20. Многочлены с действительными коэффициентами. Их разложение на неприводимые множители.
21. Многочлены с рациональными и целыми коэффициентами. Их рациональные корни. Неприводимые многочлены над полем рациональных чисел. Признак Эйзенштейна.
22. Уравнения второй, третьей и четвертой степени.
23. Высказывания и логические связки. Алгебра высказываний. Исчисление высказываний. Понятие формальной аксиоматической системы.
24. Предикаты и кванторы. Логика предикатов первого порядка. Исчисление предикатов.

### **Примерный перечень практических вопросов вступительного испытания**

1. Изоморфны ли аддитивные группы  $Z \times Z$  и  $Z$ ?
2. Изоморфны ли мультипликативные группы  $Z \times Z$  и  $Z$ ?
3. Изоморфны ли мультипликативные группы  $N \times N$  и  $N$ ?

4. Изоморфны ли кольца  $2Z$  и  $3Z$ ?
5. Найти все аддитивные гомоморфизмы  $Z_6 \rightarrow Z_8$ .
6. Найти все подгруппы и фактор группы аддитивной группы  $Z_{12}$ .
7. Сколько образующих имеет мультипликативная группа комплексных корней 15-й степени из 1?

### 3. Порядок и форма проведения вступительного испытания

Вступительное испытание проводится экзаменационной комиссией, полномочия и порядок деятельности которой определяются локальным нормативным актом ВятГУ.

Вступительное испытание проводится с использованием дистанционных образовательных технологий в электронной информационно-образовательной среде ВятГУ с применением технологии прокторинга, посредством которой осуществляется идентификация личности поступающего, контроль процедуры выполнения вступительных испытаний, фиксируются возможные нарушения.

Для прохождения вступительного испытания **поступающий должен:**

1. самостоятельно обеспечить себя необходимыми для прохождения вступительного испытания техническими средствами:
  - а) компьютер, подключенный к сети Интернет со скоростью доступа не менее 10 Мбит/с;
  - б) браузер Google Chrome, или совместимый с Google Chrome (Opera, Microsoft Edge, Яндекс.Браузер);
  - в) веб-камера, микрофон, наушники или аудиосистема, обеспечивающие получение и передачу видео- и аудиоинформации между поступающим и экзаменационной комиссией, проктором.
2. получить инструкцию по прохождению вступительных испытаний с использованием дистанционных образовательных технологий и выполнить предусмотренные инструкцией требования, в том числе дать согласие на обработку биометрических персональных данных и подтвердить наличие указанных выше технических средств для прохождения вступительного испытания.

Вступительное испытание проводится с **сочетанием устной и письменной формы** и включает два этапа:

1. письменная часть – письменный ответ на билет вступительного испытания в личном кабинете поступающего на Образовательном портале ВятГУ по адресу <https://e.vyatsu.ru/>;
2. устная часть – устное собеседование с экзаменационной комиссией в комнате видеоконференцсвязи по билету вступительного испытания в личном кабинете поступающего на Образовательном портале ВятГУ по адресу <https://e.vyatsu.ru/>.

Билет вступительного испытания включает **два вопроса**, содержание которых определяется экзаменационной комиссией исходя из содержания настоящей Программы вступительного испытания (см. выше). Доступ поступающих к билетам до начала вступительного испытания закрыт.

В процессе устного собеседования поступающему могут быть заданы дополнительные вопросы как по вопросам билета вступительного испытания, так и по другим вопросам настоящей Программы вступительного испытания, а также вопросы актуальности и степени разработанности предполагаемой темы научного исследования (научно-квалификационной работы (диссертации) на соискание ученой степени кандидата наук).

На подготовку письменного ответа на билет вступительного испытания поступающему отводится **не более 0,5 часа** (30 минут).

На устное собеседование с экзаменационной комиссией поступающему отводится

**не более 0,5 часа (30 минут).**

Процедура прохождения поступающим вступительного испытания подлежит обязательной видеозаписи, которая служит основанием для подтверждения идентификации личности поступающего, контроля соблюдения им Правил приема в федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Вятский государственный университет» на обучение по образовательным программам высшего образования - программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре на 2020/2021 учебный год и фиксации возможных нарушений.

При прохождении вступительного испытания **поступающему запрещается:**

а) использование учебной и справочной литературы, материалов и электронно-вычислительной техники за исключением тех, которые указаны в настоящей Программе вступительных испытаний;

б) присутствие в помещении, где сдается вступительное испытание, третьих лиц, или подмена поступающего третьим лицом;

в) открытие иных окон (страниц, браузеров) в сети Интернет, за исключением окна с заданием вступительного испытания, и поиск любой информации в сети Интернет;

г) использование любых мобильных и компьютерных устройств, за исключением того мобильного или компьютерного устройства, на котором осуществляется прохождение поступающим вступительного испытания;

д) отведение взгляда от экрана мобильного или компьютерного устройства, на котором осуществляется прохождение поступающим вступительного испытания, более чем на 5 секунд;

е) покидание помещения, в котором осуществляется прохождение вступительного испытания, до его завершения.

В случае фиксации нарушения указанных требований вступительное испытание может быть прекращено и (или) результаты вступительного испытания аннулированы.

#### **4. Порядок и шкала оценивания результатов вступительного испытания**

Вступительное испытание оценивается экзаменационной комиссией по столбальной шкале. При оценивании результатов вступительного испытания применяются следующие критерии (таблица).

Критерии	Баллы
Ответ полный, логичный, конкретный, без замечаний, продемонстрированы систематические знания, умения и навыки их применения.	90 – 100
Ответ полный, логичный, конкретный, однако содержащий отдельные пробелы; в целом продемонстрированы знания, умения и навыки их применения.	75 - 89
Ответ неполный или содержит существенные ошибки и пробелы в знаниях, умениях и навыках их применения.	60 - 74
Фрагментарный ответ или ответ не дан.	0 - 59

Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания (далее – минимальное количество баллов), установлено в размере **60 баллов**. Лица, получившие менее минимального количества баллов, не прошедшие вступительное испытание без уважительной причины (в том числе удаленные с места проведения вступительного испытания), повторно допущенные к сдаче вступительного испытания и не прошедшие вступительное испытание, выбывают из конкурса.

Результаты каждого вступительного испытания оформляются протоколом. На каждого поступающего ведется отдельный протокол. Протоколы приема вступительных

испытаний хранятся в личном деле поступающего.

Результаты вступительного испытания объявляются на официальном сайте ВятГУ и на информационном стенде не позднее трех рабочих дней со дня проведения вступительного испытания.

#### **5. Перечень рекомендуемой литературы для подготовки к вступительному испытанию**

1. Виноградов И. М. Основы теории чисел. – СПб.: Лань, 2009.
2. Ершов Ю. Л., Палютин Е. А. Математическая логика. – М.: Физматлит, 2011.
3. Кострикин А. И. Введение в алгебру. – М.: МЦНМО, 2012.
4. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. – СПб.: Лань, 2013.
5. Дополнительная литература
6. Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел. – М.: Высшая школа, 1979.
7. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. 3-е изд. – М.: Наука, 1984.